Prof. Dr. Alfred Toth

Von der topologischen Semiotik zur polykontexturalen Semiotik

1. Im Anschluß an Toth (2019a, b) gehen wir aus von

$$Z^{2,3} = ((w.x), (y.z))$$

und setzen $(w.x) = A$ und $(y.z) = B$.

Wir können dann – analog dem Vorgehen Benses mit der triadisch-trichotomischen Zeichenrelation (vgl. Bense 1979, S.53 u. 67) – auch die dyadisch-trichotomische Zeichenrelation als Relation über Relationen darstellen, und zwar auf vierfache Weise

$$Z^{2,3} = ((A), B) = (((w.x)), (y.z))$$

$$Z^{2,3} = ((B), A) = (((y.z)), (w.x))$$

$$Z^{2,3} = (A, (B)) = ((w.x), ((y.z)))$$

$$Z^{2,3} = (B, (A)) = ((y.z), ((w.x))).$$

Damit haben wir eine Isomorphie zwischen der in Toth (2015) ebenfalls auf vierfache Weise darstellbaren Logik L^* und $Z^{2,3}$ gefunden. Will man nämlich die Reflexionsidentität der klassischen 2-wertigen aristotelischen Logik

$$L = (0, 1)$$

aufheben, ohne das Gesetz des Tertium non datur zu verletzen, so kann man dies durch Einführung eines Einbettungsoperators E mit

$$E: \quad x \rightarrow (x)$$

tun. Dadurch erhält man folgende Abbildung

$$L \rightarrow L^* = (((0), 1), ((1), 0), (0, (1)), (1, (0))),$$

und damit

$$Z^{2,3} \cong L^*,$$

d.h. L^* ist vermöge dieser Isomorphie eine TOPOLOGISCHE LOGIK.

2. Genauso wie die bensesche triadisch-trichotomische Zeichenrelation $Z^{3,3}$ basiert auch die topologische dyadisch-trichotomische Zeichenrelation $Z^{2,3}$ allerdings auf zwei Restriktionen

1. In der allgemeinen Form von $Z^{2,3} = ((w.x), (y.z))$ gilt $w \dots z \in (1, 2, 3)$.

2. Sowohl $Z^{3,3}$ als auch $Z^{2,3}$ sind Relationen über Relationen, d.h. Metarelationen.

Die Restriktion 1. folgt direkt aus dem peirceschen Axiom, daß das Zeichen eine Relation über einer „Erstheit“ oder Kategorie der Möglichkeit, einer „Zweitheit“ oder Kategorie der Wirklichkeit und einer „Drittheit“ oder Kategorie der Notwendigkeit ist. Bense (1980) spricht daher auch von „Primzeichen“ und definiert diese als „Zeichenzahlen“. Dieses Axiom beruht allerdings auf dem Theorem von Peirce, wonach sich n-adische Relationen auf 3-adische reduzieren lassen (vgl. dazu Marty 1980). Wie jedoch bereits in Toth (2007, S. 173 ff.) gezeigt worden war, ist dieses Theorem falsch.

Die Restriktion 2. folgt aus der von Bense (1975, S. 35 ff.) eingeführten Definition des „Subzeichens“ als einer Teilrelation der Zeichenrelation $Z^{3,3}$ mit der allgemeinen Form $S = (x.y)$, darin (x.) „Hauptwert“ und (y) „Stellenwert“ ist, wobei für $Z = (3.x, 2.y, 1.z)$ gilt $x \leq y \leq z$. Dadurch wird aus den über $Z^{3,3}$ erzeugbaren $3^3 = 27$ semiotischen Relationen eine Teilmenge von 10 sogenannten „Zeichenklassen“ herausgefiltert und die übrigen 17 als der Inklusionsordnung nicht entsprechend ausgeschieden. Dies gilt paradoxerweise sogar für die in der semiotischen Matrix auftretende Hauptdiagonale (3.3, 2.2, 1.1), da hier $x > y > z$ gilt – wogegen die Nebendiagonale (3.1, 2.2, 1.3) als semiotisch relevant definiert ist, da für sie $1 < 2 < 3$ gilt. Das bedeutet, daß durch diese ad hoc eingeführte Inklusionsrelation nicht einmal die semiotische Matrix, welche u.a. alle Hauptzeichenklassen enthält, definierbar ist!

Wenn wir also von $Z^{2,3} = ((w.x), (y.z))$ ausgehen, erhalten wir durch die Aufhebung der beiden Restriktionen zuerst

$$Z^{2,3} = ((a.b), (c.d)) \text{ mit } a, \dots, d \in \mathbb{N} \cup 0$$

und hernach

$$Z = (a, b, c, d, \dots, n) \text{ mit } a, \dots, n \in \mathbb{N} \cup 0,$$

d.h. wir erhalten Peanofolgen wie

$$0$$

$$0, 1$$

$$0, 1, 2$$

...

0, 1, 2, ..., n.

Natürlich sind dann diese nicht-topologischen Zeichenrelationen, übrigens genauso wie die bensesche Zeichenrelation, weder durch L noch durch L* logisch begründbar. Sie lassen sich allerdings, wie schon Kronthaler (1986) angedeutet hatte, auf die drei Zahlenfolgen der polykontexturalen Logik abbilden, d.h. auf Protozahlen, Deuterozahlen und Tritozahlen. Wie bereits in Toth (2019c, d) gezeigt wurde, erscheinen bei dieser Kenose polykontexturale Vermittlungszahlen zwischen den Peanozahlen der Form $(n, N(n))$.

Wir erhalten dann für n-stellige semiotische Relationen für $n \in (1, \dots, 4)$:

Abbildungen von Peanozahlen auf Proto-Zahlen

$$1 \rightarrow 0$$

$$2 \rightarrow \begin{pmatrix} 00 \\ 01 \end{pmatrix}$$

$$3 \rightarrow \begin{pmatrix} 000 \\ 001 \\ 012 \end{pmatrix}$$

$$4 \rightarrow \begin{pmatrix} 0000 \\ 0001 \\ 0012 \\ 0123 \end{pmatrix}$$

Abbildungen von Peanozahlen auf Deutero-Zahlen

$$1 \rightarrow 0$$

$$2 \rightarrow \begin{pmatrix} 00 \\ 01 \end{pmatrix}$$

$$3 \rightarrow \begin{pmatrix} 000 \\ 001 \\ 012 \end{pmatrix}$$

$$4 \rightarrow \begin{pmatrix} 0000 \\ 0001 \\ \underline{0011} \\ 0012 \\ 0123 \end{pmatrix}$$

Abbildungen von Peanozahlen auf Trito-Zahlen

$$1 \rightarrow 0$$

$$2 \rightarrow \begin{pmatrix} 00 \\ 01 \end{pmatrix}$$

$$3 \rightarrow \begin{pmatrix} 000 \\ 001 \\ \underline{010} \\ \underline{011} \\ 012 \end{pmatrix}$$

Für die unterstrichenen Morphogramme gilt also $V(001, 012) = (010, 011)$.
 Von $K = 4$ an gibt es also erstmals beim Übergang von Proto auf Deutero eine qualitative Vermittlungszahl $V(0001, 0012) = 0011$.

$$4 \rightarrow \begin{pmatrix} 0000 \\ 0001 \\ \underline{0010} \\ 0011 \\ 0012 \\ \underline{0100} \\ \underline{0101} \\ \underline{0102} \\ \underline{0110} \\ \underline{0111} \\ \underline{0112} \\ \underline{0120} \\ \underline{0121} \\ \underline{0122} \\ 0123 \end{pmatrix}$$

Beim Übergang von Deutero zu Trito ergeben sich also 10 weitere qualitative Vermittlungszahlen.

Hypothese: Je höher $K = n$ (mit $n \in (1, \dots, n)$) ist, desto höher ist die Zahl der Vermittlungszahlen.

Diese zwar zu beweisende, aber augenscheinlich korrekte Hypothese besagt damit auch, daß qualitative Kontinua mit steigenden Kontexturen, d.h. Morphogrammlängen, anwachsen. Allerdings wachsen sie offenbar nicht stetig an, und auch die Menge der Vermittlungszahlen ist, wie anhand von Trito- $K = 4$ ersichtlich ist, nicht-kontinuierlich.

JE ZWEI AUF EINANDER FOLGENDE PEANOZAHLEN BILDEN ALSO VERMÖGE IHRER GLEICHMÄCHTIGKEIT MIT DER MENGE DER REELLEN ZAHLEN NICHT NUR EIN QUANTITATIVES, SONDERN AUCH EIN QUALITATIVES KONTINUUM. WÄHREND ALLERDINGS ZWISCHEN n UND $N(n)$ JEWEILS GENAU UNENDLICH VIELE QUANTITATIVE ZAHLEN LIEGEN, GILT DIES NICHT FÜR QUALITATIVE ZAHLEN.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen. In: Ars semeiotica 3/3, 1980, S. 287-294

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Marty, Robert, Sur la réduction triadique. In: Semiosis 17/18, 1980, S. 5-9

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Die Logik des Jägers Gracchus. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Toth, Alfred, Einbettungsrelationen topologischer semiotischer Relationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019a

Toth, Alfred, Die logische Basis der topologischen Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019b

Toth, Alfred, Abbildungen von Peanozahlen auf polykontexturale Zahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019c

Toth, Alfred, Qualitative Kontinua in 4-adischen qualitativen semiotischen Relationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019d

14.3.2019